***8 класс***

№1. Найти все натуральные числа, которые уменьшаются в 12 раз при зачеркивании последней цифры.

Решение: Любое натуральное число, оканчивающееся на цифру *в,* может быть записано в виде 10*а* + *в*, где *а* – некоторое натуральное число. Из условия задачи следует, что числа *а* и *в* удовлетворяют соотношению
10*а* + *в* = 12*а*. Из этого отношения вытекает, что *в* = 2*а* и значит, число *в* отлично от 0 и является четным. Поэтому, так как $1\leq b\leq 9$, возможными значениями *в* являются числа 2, 4, 6, 8. Учитывая соотношения *в* = 2*а*, получаем, что искомыми числами являются числа 12, 24, 36, 48.

Ответ: 12, 24, 36, 48.

№2. Построить график функции $\frac{y}{x-1}=\frac{2x-1}{x-1}.$

Решение: Отметим, что функция имеет смысл только при $x\ne 1$. Так как дроби $\frac{y}{x-1} и \frac{2x-1}{x-1}$ равны и имеют одинаковые знаменатели, то и числители этих дробей равны, $y=2x-1$.



№3. Угол между двумя высотами остроугольного треугольника *АВС* равен 60°, и точка пересечения высот делит одну из них в отношении 2:1, считая от вершины треугольника. Докажите, что треугольник *АВС* равносторонний.

Решение: Пусть *AD* и *CE* – высоты треугольника *АВС*, *О* – точка их пересечения. Из того, что в прямоугольном ∆*АОЕ* угол *АОЕ* равен 60°, следует, что *ОЕ* = *АО*/2, то есть *ОЕ* = *ОD*. Значит, прямоугольные треугольники *ОЕВ* и *ОDВ* равны (*ВО* – общая гипотенуза). Тогда *ВЕ* = *ВD*, откуда следует, что ∆*АВD* = ∆*СВЕ* ($∠ABC-общий$). Отсюда *АВ* = *ВС*.
С другой стороны, $∠ABC$ = 90° - $∠$BAD = $∠$АОЕ = 60°. Значит, треугольник *АВС* равносторонний.

№4. Имеется 30 бревен длинами 3 и 4 метра, суммарная длина которых равна 100 метров. Каким числом распилов можно распилить бревна на чурбаны длиной 1 метр? (Каждым распилом пилится ровно одно бревно).

Решение:

***Первое решение:*** Склеим все бревна в одно 100-метровое бревно. Чтобы его разделить на сто частей надо сделать 99 распилов, из которых 29 уже было сделано. 99-29=70 распилов.

***Второе решение:*** Если было *m* трехметровых и *n* четырехметровых бревен, то *m* + *n* =30, 3*m* + 4*n* =100, откуда *m* = 20, *n* = 10. Поэтому нужно сделать $20∙2+10∙3=70$ распилов.

Ответ: $70$ распилов.

№5. В конце каждого урока физкультуры учитель проводит забег и дает победителю забега четыре конфеты, а всем остальным ученикам по одной. К концу четверти у Пети было 29 конфет, Коли – 32 конфеты, а у
Васи – 37 конфет. Известно, что один из них пропустил ровно один урок физкультуры, участвуя в олимпиаде по математике; остальные же уроков не пропускали. Кто из детей пропустил урок? Объясните свой ответ.

Решение: После каждого забега разность количества конфет, полученными любыми двумя из присутствовавших на уроке школьников делится на 3 (эта разность равна 0 или 3). Значит, и в конце четверти разность количеств конфет, полученных любыми двумя из посетивших все уроки физкультуры школьников, делится на 3. А из данных чисел 29, 32, 37 разность, делящуюся на 3, дают только числа 29 и 32. Значит, пропустил урок тот школьник, который заработал 37 конфет, то есть Вася.

Ответ: Вася.

|  |  |
| --- | --- |
| ***Баллы*** | ***Правильность (ошибочность) решения*** |
| 7 | Полное верное решение. |
| 6-7 | Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение. |
| 5-6 | Решение содержит незначительные ошибки, пробелы в обоснованиях, но в целом верно и может стать полностью правильным после небольших исправлений или дополнений. |
| 4 | Верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев. |
| 2-3 | Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи. |
| 1 | Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении). |
| 0 | Решение неверное, продвижения отсутствуют. Решение отсутствует. |

Помимо этого, следует обратить внимание жюри муниципального этапа на то, что:

а) любое правильное решение оценивается в 7 баллов. Недопустимо снятие баллов за то, что решение слишком длинное, или за то, что решение школьника отличается от приведенного в методических разработках или от других решений, известных жюри; при проверке работы важно вникнуть в логику рассуждений участника, оценивается степень ее правильности и полноты;

б) олимпиадная работа не является контрольной работой участника, поэтому любые исправления в работе, в том числе зачеркивание ранее написанного текста, не являются основанием для снятия баллов; недопустимо снятие баллов в работе за неаккуратность записи решений при ее выполнении;

в) баллы не выставляются «за старание Участника», в том числе за запись в работе большого по объему текста, не содержащего продвижений в решении задачи;

г) победителями олимпиады в одной параллели могут стать несколько участников, набравшие наибольшее количество баллов, поэтому не следует в обязательном порядке «разводить по местам» лучших участников олимпиады.