**10 класс**

**1. Равновесие рычага**

При каких массах груза *m* возможно равновесие однородного рычага массой *M*, показанного на рисунке? Рычаг разделен штрихами на 7 равных частей.

Постройте график зависимости силы реакции рычага *N*,
с которой он действует на верхний груз,от массы груза *m*.

**Возможное решение**

Система находится в равновесии. Применим для рычага правило моментов относительно опоры, учитывая, что центр тяжести однородного рычага находится в его середине:

$$T∙3L+Mg∙\frac{L}{2}=N∙2L+3mg∙L,$$

где *L* – длина одного фрагмента рычага, *N* – сила давления верхнего груза, равная силе реакции рычага, *T* – сила натяжения нити.

Условие равновесия верхнего груза:

$$mg=N+T.$$

Отсюда сила реакции рычага равна:

$$N=mg-T.$$

Подставляя это выражение в первое уравнение и решая его относительно *T*, получаем:

$$T=\frac{\left(10m-M\right)g}{10}.$$

Сила натяжения нити должна быть больше нуля, то есть равновесие возможно при массах груза $m>0,1M$.

Сила реакции рычага, с которой он действует на верхний груз, равна:

$$N=mg-\frac{\left(10m-M\right)g}{10}=0,1Mg.$$

Таким образом, *N* не зависит от *m*, и, следовательно, график представляет собой горизонтальный луч, выходящий из точки с координатами $\left(0,1M;0,1Mg\right) $и направленный вдоль оси абсцисс.

**Ответ:** Равновесие однородного рычага массой *M* возможно при массах груза $m>0,1M$.

**Критерии оценивания**

Записано правило моментов для рычага………………………………... 2

Записано условие равновесия груза…………….……..………………... 2

Найдено выражение для *T*………………………………………..………. 1

Исследовано, при каких массах возможно равновесие…………..……. 2

Найдено выражение для *N*………………………………………..………. 1

Построен график зависимости *N*(*m*)……..……………………..………. 2

**Максимальная оценка……….…………………….……………………. 10**

**2. Брусок на доске**

На доске массой *M* лежит небольшой брусок массой *m*. Коэффициент трения между доской и бруском равен μ1, а между доской и поверхностью – μ2. К бруску приложена горизонтальная сила *F*. Укажите все качественно различные варианты поведения системы и изобразите на плоскости параметров (μ1;μ2) соответствующие им области.



**Возможное решение**

Рассмотрим поведение бруска. Если приложенная к бруску сила *F* больше максимальной силе трения покоя между бруском и доской $F\_{тр1}=μ\_{1}mg$, то брусок скользит по доске, а если меньше, то покоится относительно доски.

Рассмотрим поведение доски. По третьему закону Ньютона брусок действует на доску либо с силой трения скольжения$ F\_{тр1}$, либо с силой трения покоя, равной *F*. Если эта сила больше, чем максимальная сила трения покоя между доской и поверхностью
$F\_{тр2}=μ\_{1}\left(m+M\right)g$, то доска скользит по поверхности, а если меньше, то покоится.

Таким образом, возможны четыре качественно различных варианта поведения системы.

1. Брусок и доска скользят относительно друг друга.

При этом $F>μ\_{1}mg $и $μ\_{1}mg>μ\_{2}\left(m+M\right)g$, то есть $μ\_{1}<\frac{F}{mg} $ и $μ\_{2}<μ\_{1}\frac{m}{m+M}$.

2. Брусок скользит по доске, доска покоится относительно поверхности.

При этом $F>μ\_{1}mg $и $μ\_{1}mg<μ\_{2}\left(m+M\right)g$, то есть $μ\_{1}<\frac{F}{mg}$ и $μ\_{2}>μ\_{1}\frac{m}{m+M}$.

3. Брусок покоится относительно доски, доска скользит.

При этом $F<μ\_{1}mg$ и $F>μ\_{2}\left(m+M\right)g$, то есть $μ\_{1}>\frac{F}{mg} $ и $μ\_{2}<\frac{F}{\left(m+M\right)g}$.

4. Брусок и доска покоятся.

При этом $F<μ\_{1}mg $и $F<μ\_{2}\left(m+M\right)g$, то есть $μ\_{1}>\frac{F}{mg} $ и $μ\_{2}>\frac{F}{\left(m+M\right)g}$.

Соответствующие указанным случаям области параметров приведены на рисунке.

****

**Критерии оценивания**

Установлено наличие четырех возможных вариантов поведения.…... 1

Получены условия для первого варианта………………………….…... 2

Получены условия для второго варианта………………………….…... 2

Получены условия для третьего варианта……...………………….…... 2

Получены условия для четвертого варианта……………...……….…... 2

Построены области на плоскости параметров....………………………. 1

**Максимальная оценка……...…………………………………………… 10**

**3. Желоб с разрывом**

Тело соскальзывает по желобу, имеющему разрыв в верхней части. Радиусы желоба *R*, идущие к краям разрыва, образуют угол 2α. С какой высоты *H* относительно краев разрыва должно начать скользить тело, чтобы, пролетев разрыв, снова попасть на желоб?

**Возможное решение**

Определим скорость $v$, которую будет иметь тело у края разрыва желоба. Применим закон сохранения энергии:

$$mgH=\frac{mv^{2}}{2}.$$

Отсюда $v=\sqrt{2gH}$.

Горизонтальная дальность полета тела определяется выражением:

$$L=\frac{v^{2}}{g}sin\left(2α\right)=4Hsinαcosα.$$

Тело, пролетая разрыв, попадает на другой край желоба. Таким образом, горизонтальная дальность полета должна быть равна ширине разрыва желоба:

$$L=2Rsinα,$$

то есть

$$4Hsinαcosα=2Rsinα.$$

Отсюда

$$H=\frac{R}{2cosα}.$$

**Ответ:** $H=\frac{R}{2cosα}.$

*Примечание*:

В решении может присутствовать необязательный анализ того, что полученная высота достаточна, чтобы тело достигло края желоба, не отрываясь от его поверхности. Это происходит, если центростремительное ускорение $a\_{цс}\geq gcosα$. Так как $a\_{цс}=\frac{v^{2}}{R}=\frac{2gH}{R}$, то минимальная высота, при которой это реализуется, определяется из условия
$\frac{2gH\_{min}}{R}=gcosα или H\_{min}=\frac{Rcosα}{2}. $Следовательно,$ H\geq H\_{min}$ при любых возможных углах.

*При наличии этого анализа при правильном решении можно добавить дополнительные 2 балла.*

**Критерии оценивания**

Записан закон сохранения энергии.……………………………………... 3

Записана дальность полета……………….………………………….…... 3

Записана ширина разрыва………………..………………………….…... 2

Получено выражение для высоты………..……...………………….…... 2

**Максимальная оценка…………….……………………………………...10**

**4. Наименьшее давление**

Определите наименьшее возможное давление идеального газа в процессе, происходящем по закону $T=T\_{0}+αV^{2}$, где *T*0 и α — положительные постоянные, *V* — объём одного моля газа.

**Возможное решение**

Запишем уравнение состояния для 1 моля идеального газа:

$$pV=RT.$$

С учетом уравнения процесса, данного в условии, получим:

$$pV=R\left(T\_{0}+αV^{2}\right)$$

или

$$αRV^{2}-pV+RT\_{0}=0.$$

Это квадратное уравнение относительно *V*, корни которого равны:

$$V\_{1,2}=\frac{p\pm \sqrt{p^{2}-4∙αR∙RT\_{0}}}{αR}.$$

В случае, когда давление достигает минимума, дискриминант обращается в ноль:

$$p^{2}-4∙αR∙RT\_{0}=0.$$

Отсюда получаем:

$$p\_{min}=2R\sqrt{αT\_{0}}.$$

**Ответ:** $p\_{min}=2R\sqrt{αT\_{0}}$.

**Критерии оценивания**

Записано уравнение состояния идеального газа……….……..………... 1

Записано уравнение состояния с учетом процесса…….……..………... 1

Записано выражение для объема газа, как функция давления.………... 3

Указан способ поиска минимального давления………………………... 3

Получено выражение для минимального давления............................... 2

**Максимальная оценка…………….……………………………………...10**

**5. Электрическая цепь**

В электрической цепи, изображенной на рисунке, *U* = 4,2 В,
*R*1 = 5 кОм, *R*2 = *R*3 = 4 кОм, *R*4 = 6 кОм. Найдите силу тока *I*A1, текущего через амперметр при разомкнутом ключе K,
и *I*A2 при замкнутом ключе K. Амперметр считайте идеальным.

**Возможное решение**

Амперметр идеален, поэтому резисторы *R*1 и *R*3 параллельны. Их эквивалентное сопротивление:

$$R\_{13}=\frac{R\_{1}R\_{3}}{R\_{1}+R\_{3}}.$$

Тогда общее сопротивление цепи:

$$R\_{общ}=R\_{2}+\frac{R\_{1}R\_{3}}{R\_{1}+R\_{3}}=\frac{R\_{1}R\_{2}+R\_{1}R\_{3}+R\_{2}R\_{3}}{R\_{1}+R\_{3}}.$$

При разомкнутом ключе сила тока, текущего через амперметр, равна силе тока, текущего через резистор *R*1. Так силы тока, текущие по параллельным резисторам, обратно пропорциональны значениям их сопротивлений, получаем:

$$I\_{A1}=I\_{1}=I\_{общ}\frac{R\_{1}}{R\_{13}}=\frac{U}{R\_{общ}}∙\frac{R\_{3}}{R\_{1}+R\_{3}}=\frac{R\_{3}U}{R\_{1}R\_{2}+R\_{1}R\_{3}+R\_{2}R\_{3}}=0,3 мА.$$

При замкнутом ключе К и идеальном амперметре резистор *R*4 подключен параллельно всей остальной схеме. Ток через него будет равен:

$$I\_{4}=\frac{U}{R\_{4}}.$$

Ток, текущий через амперметр в этом случае, теперь складывается из токов, текущих через резисторы *R*1 и *R*4:

$$I\_{A2}=I\_{1}+I\_{4}=I\_{A1}+\frac{U}{R\_{4}}=1 мА.$$

**Ответ:** $I\_{A1}=0,3 мА, I\_{A2}=1 мА.$

**Критерии оценивания**

Установлен характер подключения резисторов *R*1 и *R*3…………………. 2

Найдено общее сопротивление цепи в первом случае…………………... 2

Найдена сила тока *I*A1….………..………………………………...………... 2

Установлен характер подключения резистора *R*4........................................ 2

Найдена сила тока *I*A2….………..…………………………………...……... 2

**Максимальная оценка……………………………………………………10**

**Итоговая максимальная оценка…………………………………………50**